

Berechnung der Kriech- und Schwindwerte

1 Grundlagen

Beton zeigt bereits unter üblichen Gebrauchsbedingungen ein ausgeprägtes zeitabhängiges Verhalten, wodurch Dehnungen auftreten können, die ein Mehrfaches der elastischen Dehnung betragen: $\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0)$

- ε_{ci} lastabhängige elastische Dehnung
- ε_{cs} lastunabhängige Dehnung aus Schwinden
- ε_{cc} lastabhängige Dehnung aus Kriechen (incl. Relaxation)
- t_0 Zeitpunkt für den Beginn der Belastung
- t aktueller Zeitpunkt

Schwinden

Als Schwinden wird vor allem die **lastunabhängige Volumenverminderung** des Betons durch Austrocknung oder durch chemische Prozesse wie der Hydratation bezeichnet. Die Schwinddehnung nähert sich bei konstanten Umgebungsbedingungen mit zunehmender Zeit asymptotisch einem Endwert, dem Endschwindmaß $\varepsilon_{cs,\infty}$.

Kriechen

Mit Kriechen bezeichnet man die **lastabhängige Verformung** insbesondere des Zementsteins. Bei Änderungen des Feuchtegehalts, z. B. durch Austrocknen, werden die Kriechvorgänge beschleunigt. Das Modell zur Abschätzung des Kriechens wurde unter der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Spannungen und Kriechdehnungen entwickelt (**lineares Kriechen**). Die Gültigkeit ist daher auf Betonspannungen bei Belastungsbeginn $< 0,45f_{ck}$ in der Norm beschränkt, was aber für den Normalfall ausreichend ist.

Die zeitabhängigen Effekte von Kriechen und Schwinden können **vereinfacht getrennt voneinander betrachtet** werden. Hierbei wird angenommen, dass Kriechen und Schwinden affin zueinander verlaufen.

Da Kriechen und Schwinden entscheidend vom Zementgehalt im Beton beeinflusst werden, sind in der folgenden Tabelle die für die Berechnung wichtigen Beiwerte zusammengestellt:

Nr.	Zementklasse	Merkmal	Festigkeitsklasse	α	α_{ds1}	α_{ds2}
1	S (slow)	Langsam erhärtend	CEM 32,5 N	-1	3	0,13
2	N (normal)	Normal erhärtend	CEM 32,5 R, 42,5 N	0	4	0,12
3	R (rapid)	schnell erhärtend, hochfest	CEM 42,5 R, 52,5 N, 52,5 R	1	6	0,11

2 Kriechen

Die auftretenden Kriechdehnungen werden im GZG (lineares Kriechen) mit Hilfe der **Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$** als Vielfaches der elastischen Kurzzeitdehnung $\varepsilon_{ci,28}$ ermittelt:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varepsilon_{ci,28} \cdot \varphi(t, t_0) \quad \text{mit} \quad \varepsilon_{ci,28} = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c}$$

Die Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ bezieht sich auf den Tangentenmodul E_c , der mit $1,05E_{cm}$ angenommen werden darf.

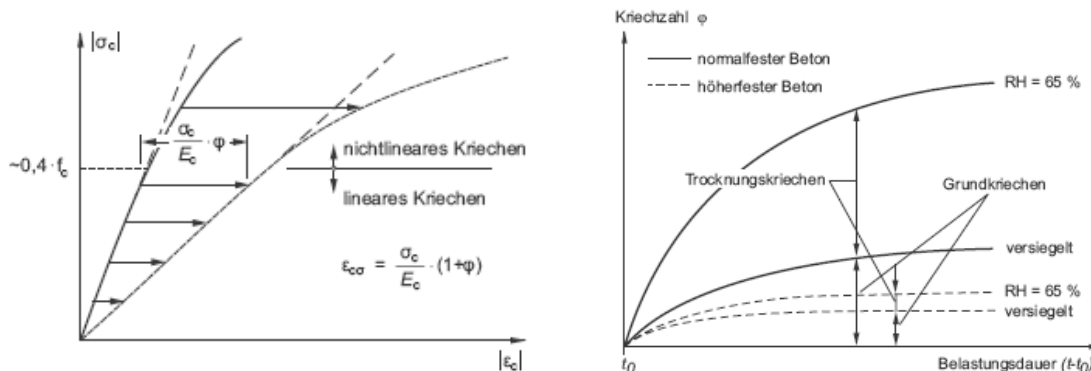


Bild: Abgrenzung zw. Linearem und nichtlinearem Kriechen, Kriechkomponenten

Anstatt mit der Dehnung kann im GZG näherungsweise mit einem effektiven E-Modul $E_{c,eff}$ gerechnet werden, wodurch die Berücksichtigung von Kriechen erheblich vereinfacht wird:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \alpha_i \cdot \rho(t, t_0) \cdot \varphi(t, t_0)} \quad \text{mit} \quad \alpha_i = \frac{E_{cm}}{E_c} = \frac{E_{cm}}{1,05 \cdot E_{cm}} = \frac{1}{1,05}$$

Der Beiwert ρ ist der sog. **Relaxationsbeiwert** und erfasst einerseits den **zeitlichen Verlauf der Spannungen** und andererseits die **mit zunehmendem Betonalter verminderte Kriechfähigkeit**. ρ wird deshalb auch als **Alterungsbeiwert** bezeichnet. Im Allgemeinen liegt er zwischen 0,5 und 1,0. Für **stetig veränderliche Spannung** kann er mit hinreichender Genauigkeit als konstant mit $\rho = 0,8$ angesetzt werden. Bei geringem veränderlichem Lastanteil wird $\rho = 1,0$ angenommen.

Wenn die Betondruckspannung im Alter t_0 den Wert $0,45f_{ck}(t_0)$ übersteigt, ist in der Regel die Nichtlinearität des Kriechens zu berücksichtigen. Diese hohen Spannungen können durch Vorspannung mit sofortigem Verbund entstehen, z. B. bei Fertigteilen im Bereich der Spannglieder. In diesen Fällen darf die nichtlineare rechnerische Kriechzahl wie folgt ermittelt werden:

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot e^{1,5 \cdot (k_\sigma - 0,45)}$$

k_σ das Spannungs-Festigkeitsverhältnis $\sigma_c / f_{ck}(t_0)$, wobei σ_c die Druckspannung ist und $f_{ck}(t_0)$ der charakteristische Wert der Betondruckfestigkeit zum Zeitpunkt der Belastung.

Das folgende Bild zeigt die Veränderung der Dehnungen und Spannungen infolge Kriechen am Beispiel eines Einfeldträgers in Feldmitte. Man kann erkennen, dass sich im Gegensatz zum Zustand I im Zustand II die Druckzone prägnant vergrößert. Der Abfall der Biegesteifigkeit ist deshalb und wegen des nur zum Teil ansetzbaren Betonquerschnitts im Zustand II bei weitem nicht so groß wie im Zustand I.

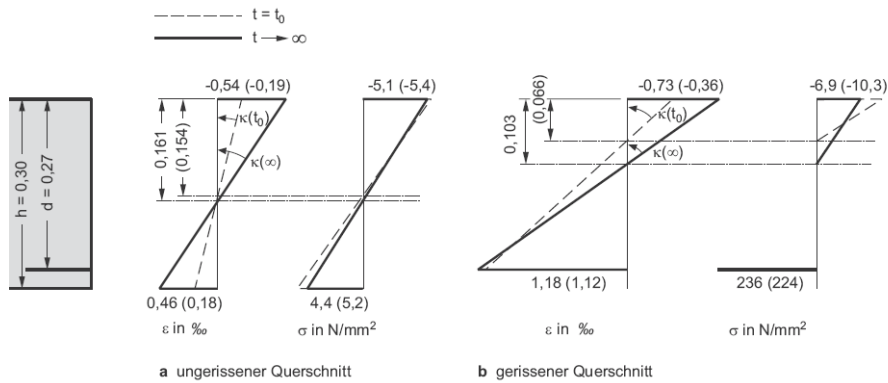


Bild: Auswirkung des Kriechens auf die Dehnungen und Spannungen im Querschnitt

Im EC 2 werden für lineares Kriechen nur Endkriechzahlen für eine Belastungsdauer von 70 Jahren und 2 relative Luftfeuchtigkeiten ($RH = 50\%$ und $RH = 80\%$) in Form von Nomogrammen angegeben. Zur genaueren Rechnung (und zur Kontrolle) werden im Folgenden die Rechengrundlagen angegeben.

2.1 Ermittlung der Kriechzahl

Die Kriechzahl ermittelt sich aus der Grundkriechzahl φ_0 (Endwert des Kriechens für $t \rightarrow \infty$) und einer Funktion β_c , die den zeitlichen Verlauf des Kriechens beschreibt ($t = t_0$: $\beta_c = 0$, $t \rightarrow \infty$: $\beta_c = 1$):

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0)$$

Grundkriechzahl φ_0 ($t \rightarrow \infty$): $\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h_0}{h_1}}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad \beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + \left(\frac{t_{0,eff}}{t_1} \right)^{0,2}}$$

Die Auswirkungen der Zementart auf die Kriechzahl des Betons erfolgt durch Anpassung des

Betonalters bei Belastungsbeginn: $t_{0,eff} = t_0 \cdot \left[\frac{9}{2 + (t_0/t_1)^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \cdot \text{Tage}$

Wirksame Bauteildicke: $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u}$

Die wirksame Bauteildicke dient als Maß für die Geschwindigkeit des Austrocknungsprozesses, d.h. der Umfang u sollte nur voll angesetzt werden, wenn er auch voll belüftet ist. (z. B. Hohlkasten: Innerer Umfang u mit 50 % nur, wenn der Hohlkasten geschlossen ist und nicht durchlüftet wird, anderenfalls innerer Umfang mit 100 %).

Zeitliche Entwicklung des Kriechens:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{\frac{t-t_0}{t_1}}{\beta_H + \frac{t-t_0}{t_1}} \right]^{0,3} \quad \text{mit} \quad \beta_H = 150 \cdot \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{h_1} + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3$$

RH	Relative Luftfeuchte der Umgebung in %	RH ₀	Bezugsgröße 100 %
t	Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen		
t _{0,eff}	wirksames Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen		
t ₀	Betonalter bei Belastungsbeginn in Tagen	t ₁	Bezugsalter, 1 Tag
h ₀	wirksame Bauteildicke in mm	h ₁	Bezugsgröße 100 mm

Korrekturwerte für den Einfluss der Betondruckfestigkeit:

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad \text{für } f_{cm} \leq 35 \text{ N/mm}^2 \text{ gilt: } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1,0$$

Die Auswirkungen von erhöhten oder verminderten Temperaturen in einem Bereich von 0°C bis 80°C auf den Grad der Aushärtung des Betons dürfen durch die Anpassung des wirksamen Belastungsalters $t_{0,eff}$ wie folgt berücksichtigt werden:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13,65} \cdot \Delta t_i$$

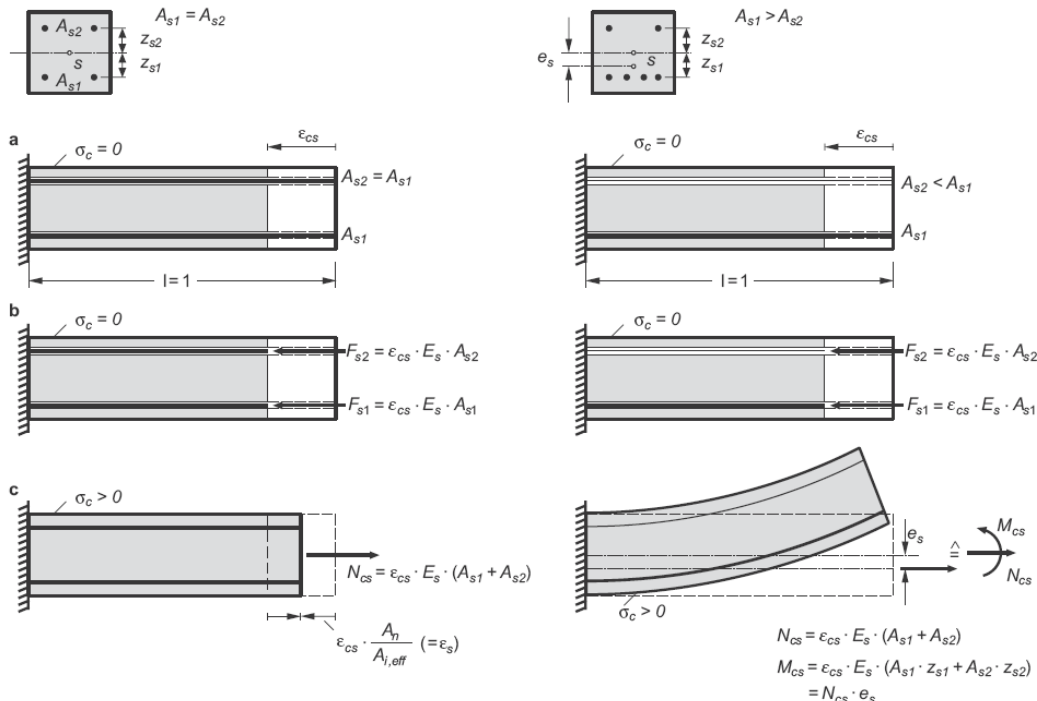
t_T temperaturangepasstes Betonalter, für t₀ bei der Ermittlung von t_{0,eff} einzusetzen.

T(Δt_i) die Temperatur in °C im Zeitintervall Δt_i

Δt_i die Anzahl der Tage, an denen die Temperatur T vorherrscht.

3 Schwinden

Schwinden ist generell **beanspruchungsunabhängig**. Bei der Ermittlung der Schwindverformungen wird gleichmäßiges Schwinden über den Querschnitt vorausgesetzt. Die Schwindverkürzungen erzeugen im Querschnitt einen Eigenspannungszustand. Die behinderte Schwinddehnung wirkt als zusätzliche Normalkraft N_{cs} im Bewehrungsschwerpunkt auf den Verbundquerschnitt. Wenn also der Querschnittsschwerpunkt nicht mit dem Bewehrungsschwerpunkt identisch ist, entstehen zusätzlich Querschnittsverkrümmungen (siehe Bild unten).



- a Beton und Bewehrung sind nicht verbunden \rightarrow freie Schwindverformung
- b Der Bewehrung wird die Verformung ϵ_{cs} aufgezungen $\rightarrow F_{s1}, F_{s2}$
- c Verbund zwischen Bewehrung und Beton $\rightarrow N_{cs}$ wirkt im Bewehrungsschwerpunkt auf den Verbundquerschnitt

Bild: Auswirkungen des Schwindens – Modellvorstellung

Mit e_s als Abstand zwischen den Schwerpunkten von Stahl und Beton gilt:

$$N_{cs} = \epsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s \quad M_{cs} = N_{cs} \cdot e_s = \epsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s \cdot e_s \quad A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$\kappa_{cs} = \frac{M_{cs}}{EI(t)} = \frac{\epsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s \cdot e_s}{E_{c,eff} \cdot I} = \epsilon_{cs} \cdot \alpha_{s,eff} \cdot \frac{S_s}{I}$$

mit $S_s = A_s \cdot e_s$ (Statisches Moment der Bewehrung)

Bei der Verformungsberechnung mit konventionellen Stabwerksprogrammen kann damit die Schwindverkrümmung durch einen äquivalenten Temperaturlastfall ΔT_{cs} berücksichtigt

$$\text{werden: } \Delta T_{cs} = \frac{\epsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s \cdot e_s}{E_{c,eff}(t)} \cdot \frac{h}{\alpha_t}$$

Der Unterschied zwischen ungerissenem und gerissenem Querschnitt liegt nur darin, dass beim gerissenen Querschnitt lediglich das Schwinden der Druckzone einen Beitrag zur Verkrümmung des Querschnitts liefert. Für das Trägheitsmoment ist dann nur dasjenige des gerissenen Querschnitts zu verwenden.

3.1 Ermittlung der Schwinddehnung

Die Gesamtschwinddehnung setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: der **Trocknungsschwinddehnung** $\varepsilon_{cd}(t, t_0)$ und der **autogenen Schwinddehnung (Schrumpfdehnung)** $\varepsilon_{ca}(t, t_0)$. Die Trocknungsschwinddehnung bildet sich langsam aus, da sie eine Funktion der Wassermigration durch den erhärteten Beton ist. Die autogene Schwinddehnung bildet sich bei der Betonerhärtung aus: Der Hauptanteil bildet sich bereits in den ersten Tagen nach dem Betonieren aus. Das autogene Schwinden ist eine lineare Funktion der Betonfestigkeit. Es sollte insbesondere dort berücksichtigt werden, wo Frischbeton auf bereits erhärteten Beton aufgebracht wird.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cd}(t, t_0) + \varepsilon_{ca}(t, t_0)$$

Trocknungsschwinden erfordert einen Feuchteunterschied zur Umgebung und hängt deshalb von der **Form des Bauteils und dem Feuchteangebot der Umgebung** ab. Größe und Verlauf der **autogenen Schwinddehnung** werden allein durch die **Zusammensetzung des Betons** gesteuert. Sie wächst mit steigender Betonfestigkeit an (vgl. Bild unten).

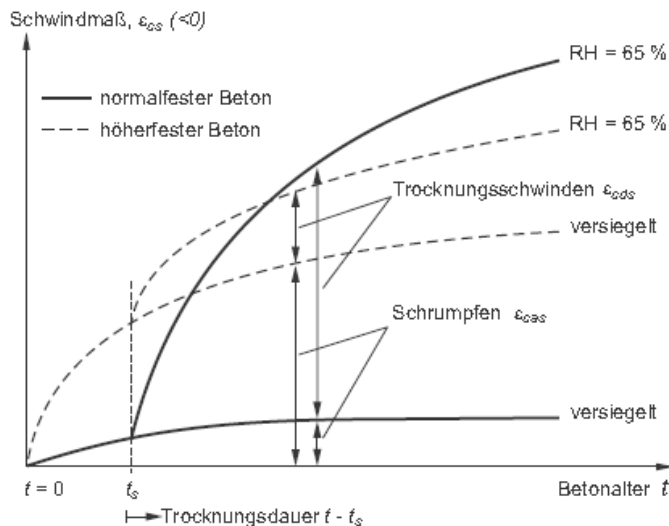


Bild: Vergleich der Schwinddehnungsanteile bei normalfestem und hochfestem Beton bzw. bei versiegelter Lagerung (verhinderte Feuchteabgabe).

Autogenes Schwinden: $\varepsilon_{ca}(t, t_0) = \varepsilon_{ca,\infty}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t)$
 Endwert: $\varepsilon_{ca,\infty}(f_{cm}) = -2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$
 Zeitlicher Verlauf: $\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0,2 \cdot \sqrt{t})}$

Trocknungsschwinden: $\varepsilon_{cd}(t, t_0) = \varepsilon_{cd,\infty}(f_{cm}) \cdot \beta_{ds}(t - t_s)$
 Grundwert: $\varepsilon_{cd,0}(f_{cm}) = -0,85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{10}\right)} \right] \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot 10^{-6}$
 Endwert: $\varepsilon_{cd,\infty}(t, t_0) = \varepsilon_{cd,0}(f_{cm}) \cdot k_h$
 Zeitlicher Verlauf: $\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)/t_1}{(t - t_s)/t_1 + 40 \cdot \sqrt{\left(\frac{h_0}{h_1}\right)^3}}$
 $\beta_{RH}(RH) = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0}\right)^3 \right]$

RH Relative Luftfeuchte der Umgebung in %
 t Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt in Tagen
 t_s Betonalter bei Austrocknungsbeginn in Tagen
 (z.B. nach der Wärmebehandlung)

RH₀ Bezugsgröße 100 %
 t₁ Bezugsalter, 1 Tag

h₀ wirksame Bauteildicke in mm $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u}$

h₁ Bezugsgröße 100 mm

α_{ds1}, α_{ds2} Beiwerte zur Berücksichtigung des Zementtyps

h ₀ [mm]	k _h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

Tabelle 3.5 EC 2: Beiwerte k_h

Nr.	Zementklasse	Merkmal	Festigkeitsklasse	α	α _{ds1}	α _{ds2}
1	S (slow)	Langsam erhärtend	CEM 32,5 N	-1	3	0,13
2	N (normal)	Normal erhärtend	CEM 32,5 R, 42,5 N	0	4	0,12
3	R (rapid)	schnell erhärtend, hochfest	CEM 42,5 R, 52,5 N, 52,5 R	1	6	0,11