Baustoffe (C30/37): $f_{yk} := 500 \cdot \frac{MN}{m^2}$ $f_{ck} := 30 \cdot \frac{MN}{m^2}$ $f_{ctm} := 2.9 \cdot \frac{MN}{m^2}$ $E_s := 200000 \cdot \frac{MN}{m^2}$ $E_{cm} := 33000 \cdot \frac{MN}{m^2}$

$\varepsilon_{c1} := -0.0022$ $\varepsilon_{c1u} := -0.0035$ $f_{cm} := f_{ck} + 8 \cdot \frac{MN}{m^2} = 38 \ \frac{MN}{m^2}$

Querschnittsabmessungen: $b := 40 \cdot cm$ $h := 40 \cdot cm$ $d_1 := 4 \cdot cm$ $d_2 := 4 \cdot cm$ $d := h - d_1 = 36 \ cm$

Normalkraft: $N_{Ed} := -600 \cdot kN$

Bewehrung: $A_{s1} := 15.7 \cdot cm^2$ $A_{s2} := 15.7 \cdot cm^2$

Bemessunswerte nach EC2: $\gamma_s := 1.15$ $\gamma_c := 1.5$ $\alpha := 0.85$

$f_{cR} := \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 17 \ \frac{MN}{m^2}$ $f_{yR} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \ \frac{MN}{m^2}$ $k := 1.05 \cdot \frac{E_{cm}}{\gamma_c} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cR}} = 2.989$

Zustand a: Betonzugspannung auf der Zugseite überschritten

Vorwerte: $n := \frac{E_s}{E_{cm}} = 6.061$

Betonbruttowerte: $A_1 := b \cdot h = 1600 \ cm^2$ $z_1 := h \cdot 0.5 = 20 \ cm$ $I_1 := \frac{b \cdot h^3}{12} = 213333.3 \ cm^4$

$$M_{RdRiß} := \left(f_{ctm} - \frac{N_{Ed}}{A_1}\right) \cdot \frac{I_1}{z_1} = 70.933 \ kN \cdot m$$

$\sigma_o := \frac{N_{Ed}}{A_1} + \frac{M_{RdRiß}}{I_1} \cdot (-z_1) = -10.4 \ \frac{MN}{m^2}$ $\varepsilon_o := \frac{\sigma_o}{E_{cm}} = -0.000315152$ $\varepsilon_u := \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} = 0.000087879$

$$\kappa := \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_o}{h} = 0.001007576 \ \frac{1}{m}$$

mit ideellen Querschnittswerten

As,oben: $A_2 := (n-1) \cdot A_{s2} = 79.452 \ cm^2$ $z_2 := d_1 = 4 \ cm$

As,unten: $A_3 := (n-1) \cdot A_{s1} = 79.452 \ cm^2$ $z_3 := h - d_2 = 36 \ cm$ $z_s := \frac{z_1 \cdot A_1 + z_2 \cdot A_2 + z_3 \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = 20 \ cm$

$$I_i := I_1 + A_1 \cdot (z_s - z_1)^2 + A_2 \cdot (z_s - z_2)^2 + A_3 \cdot (z_s - z_3)^2 = 254012.509 \ cm^4$$

$A_{cn} := A_1 - A_{s2} - A_{s1} = 1568.6 \ cm^2$ $\rho := \frac{A_{s2} + A_{s1}}{A_{cn}} = 0.020018$ $A_i := A_{cn} \cdot (1 + n \cdot \rho) = 1758.903 \ cm^2$

$z_{rand} := h - z_s = 20 \ cm$ $M_{RdRiß} := \left(f_{ctm} - \frac{N_{Ed}}{A_i}\right) \cdot \frac{I_i}{z_{rand}} = 80.156 \ kN \cdot m$

$\sigma_o := \frac{N_{Ed}}{A_i} + \frac{M_{RdRiß}}{I_i} \cdot (-z_s) = -9.722 \ \frac{MN}{m^2}$ $\varepsilon_o := \frac{\sigma_o}{E_{cm}} = -0.000294619$

$\sigma_u := \frac{N_{Ed}}{A_i} + \frac{M_{RdRiß}}{I_i} \cdot z_{rand} = 2.9 \ \frac{MN}{m^2}$ $\varepsilon_u := \frac{\sigma_u}{E_{cm}} = 0.000087879$ $\kappa_{Riß} := \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_o}{h} = 0.000956245 \ \frac{1}{m}$

Zustand c: Stahl auf der Zugseite fließt

Vorwerte: $f_{cR} = 17 \ \frac{MN}{m^2}$ $f_{yR} = 434.783 \ \frac{MN}{m^2}$ $\varepsilon_{grenz} := \frac{f_{yR}}{E_s} = 0.0021739$

vorgegebene Stahldehnung: $\varepsilon_{s1} := \varepsilon_{grenz} = 0.0021739$ **iterierte Betondehnung:** $\varepsilon_c := -0.0019693$

$x := \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - \varepsilon_{s1}} \cdot d = 17.111 \ cm$ $\varepsilon_{s2} := \frac{\varepsilon_c \cdot \langle x - d_1 \rangle}{x} = -0.001508943$

$$\sigma_c(z) := f_{cR} \cdot \left(\frac{k \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot z}{\varepsilon_{c1} \cdot x} - \left(\frac{\varepsilon_c \cdot z}{\varepsilon_{c1} \cdot x} \right)^2}{1 + (k-2) \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot z}{\varepsilon_{c1} \cdot x}} \right)$$

$\sigma_c(x) = 16.901 \ \frac{MN}{m^2}$ $F_{cd} := -\int_0^x b \cdot \sigma_c(z) \, dz = -808.9 \ kN$

$$a := x - \frac{\int_0^x b \cdot z \cdot \sigma_c(z) \, dz}{-F_{cd}} = 6.7 \ cm$$

$F_{sd1} := \textbf{if} \left(|\varepsilon_{s1}| > \varepsilon_{grenz}, f_{yR} \cdot A_{s1}, E_s \cdot \varepsilon_{s1} \cdot A_{s1} \right) = 682.609 \ kN$

$F_{sd2} := \textbf{if} \left(|\varepsilon_{s2}| > \varepsilon_{grenz}, -f_{yR} \cdot A_{s2}, E_s \cdot \varepsilon_{s2} \cdot A_{s2} \right) = -473.808 \ kN$ $SummeH := F_{cd} + F_{sd1} + F_{sd2} = -600.063 \ kN$

Moment: $M_{Rdc} := -F_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - a \right) - F_{sd2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + F_{sd1} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 292.854 \ kN \cdot m$

Krümmung: $\kappa_c := \frac{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_c}{d} = 0.011508925 \ \frac{1}{m}$

Zustand d: Bruchdehnung Beton wird erreicht

vorgegebene Betondehnung: $\varepsilon_c := -0.0035$ **iterierte Stahldehnung:** $\varepsilon_{s1} := 0.008073$

$x := \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - \varepsilon_{s1}} \cdot d = 10.887 \ cm$ $\varepsilon_{s2} := \frac{\varepsilon_c \cdot \langle x - d_1 \rangle}{x} = -0.002214111$

$$\sigma_c(z) := f_{cR} \cdot \left(\frac{k \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot z}{\varepsilon_{c1} \cdot x} - \left(\frac{\varepsilon_c \cdot z}{\varepsilon_{c1} \cdot x} \right)^2}{1 + (k-2) \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot z}{\varepsilon_{c1} \cdot x}} \right)$$

$\sigma_c(x) = 14.694 \ \frac{MN}{m^2}$ $F_{cd} := -\int_0^x b \cdot \sigma_c(z) \, dz = -600.1 \ kN$

$$a := x - \frac{\int_0^x b \cdot z \cdot \sigma_c(z) \, dz}{-F_{cd}} = 4.7 \ cm$$

$F_{sd1} := \textbf{if} \left(|\varepsilon_{s1}| > \varepsilon_{grenz}, f_{yR} \cdot A_{s1}, E_s \cdot \varepsilon_{s1} \cdot A_{s1} \right) = 682.609 \ kN$

$F_{sd2} := \textbf{if} \left(|\varepsilon_{s2}| > \varepsilon_{grenz}, -f_{yR} \cdot A_{s2}, E_s \cdot \varepsilon_{s2} \cdot A_{s2} \right) = -682.609 \ kN$ $SummeH := F_{cd} + F_{sd1} + F_{sd2} = -600.057 \ kN$

Moment: $M_{Rdd} := -F_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - a \right) - F_{sd2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + F_{sd1} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 310.178 \ kN \cdot m$

Krümmung: $\kappa_d := \frac{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_c}{d} = 0.032147222 \ \frac{1}{m}$

Beispiel Kragstütze $M_{RdRiß} = 80.156\ kN \cdot m$ $M_{Rdc} = 292.854\ kN \cdot m$ $M_{Rdd} = 310.178\ kN \cdot m$

$\kappa_{Riß} = 0.000956\ \frac{1}{m}$ $\kappa_c = 0.011509\ \frac{1}{m}$ $\kappa_d = 0.032147\ \frac{1}{m}$

Höhe: $l_k := 6.0 \cdot m$ $N_{Ed} = -600\ kN$ $e_0 := 0.20 \cdot m$ $H_{Ed} := 8 \cdot kN$

$l_0 := 2 \cdot l_k = 12\ m$ $\Theta_0 := \frac{1}{200}$ $n_s := 1$ $\alpha_m := \sqrt{0.5 \cdot \left(1 + \frac{1}{n_s}\right)} = 1$ $\alpha_h := \max\left(0, min\left(1, \frac{2}{\sqrt{\frac{l_k}{m}}}\right)\right) = 0.8165$

$\Theta_i := \Theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = 0.0040825$ $e_i := \Theta_i \cdot l_0 \cdot 0.5 = 2.449\ cm$

Moment nach Theorie I. Ordnung + Schiefstellung:

Moment am Kopf der Stütze: $M_{Edo} := |N_{Ed}| \cdot (e_0) = 120\ kN \cdot m$

Moment am Fuß der Stütze: $M_{Edu} := |N_{Ed}| \cdot (e_0 + e_i) + H_{Ed} \cdot l_k = 182.697\ kN \cdot m$

Ermittlung der Kopfverformung durch Integration (Koppeln): $M_1 := 1 \cdot l_k = 6\ m$

Krümmung auf Gerade 2 für die Momente:

$M := M_{Edo}$ $\kappa_{2o} := \kappa_{Riß} + \frac{\kappa_c - \kappa_{Riß}}{M_{Rdc} - M_{RdRiß}} \cdot (M - M_{RdRiß}) = 0.00293303\ \frac{1}{m}$

$M := M_{Edu}$ $\kappa_{21u} := \kappa_{Riß} + \frac{\kappa_c - \kappa_{Riß}}{M_{Rdc} - M_{RdRiß}} \cdot (M - M_{RdRiß}) = 0.006043651\ \frac{1}{m}$

Koppeln Trapez mit Dreieck: $e_{21} := \frac{1}{6} \cdot M_1 \cdot l_k \cdot (2 \cdot \kappa_{21u} + \kappa_{2o}) = 9.012\ cm$

iterativ geschätzt: $e_2 := 16.28 \cdot cm$

Moment am Kopf der Stütze: $M_{Edo} := |N_{Ed}| \cdot (e_0) = 120\ kN \cdot m$

Moment am Fuß der Stütze: $M_{Edu} := |N_{Ed}| \cdot (e_0 + e_i + e_2) + H_{Ed} \cdot l_k = 280.377\ kN \cdot m$

Ermittlung der Kopfverformung durch Integration (Koppeln): $M_1 := 1 \cdot l_k = 6\ m$

Krümmung auf Gerade 2 für die Momente:

$M := M_{Edo}$ $\kappa_{2o} := \kappa_{Riß} + \frac{\kappa_c - \kappa_{Riß}}{M_{Rdc} - M_{RdRiß}} \cdot (M - M_{RdRiß}) = 0.00293303\ \frac{1}{m}$

$M := M_{Edu}$ $\kappa_{22u} := \kappa_{Riß} + \frac{\kappa_c - \kappa_{Riß}}{M_{Rdc} - M_{RdRiß}} \cdot (M - M_{RdRiß}) = 0.010889908\ \frac{1}{m}$

Differenzkrümmung für den Parabelanteil: $\Delta\kappa := \kappa_{22u} - \kappa_{21u} = 0.004846257\ \frac{1}{m}$

Koppeln Parabel mit Dreieck: $e_{22} := e_{21} + \frac{5}{12} \cdot M_1 \cdot l_k \cdot \Delta\kappa = 16.282\ cm$

Die Verformungen vergrößern sich nicht mehr, das System ist somit stabil.

Das größte Moment am Stützenfuß ist kleiner als der Querschnittswiderstand. $M_{Edu} = 280.377\ kN \cdot m$ $<$

Damit ist der Querschnitt tragfähig. $M_{Rdd} = 310.178\ kN \cdot m$

Bemessung Beispiel oben:

mittlere Krümmung: $\kappa_c = 0.011509\ \frac{1}{m}$ Bruchmoment: $M_{Rdd} = 310.178\ kN \cdot m$

Kopfverschiebung = Koppeln der Krümmung mit der M1-Linie: $e_2 := 0.5 \cdot \kappa_c \cdot M_1 \cdot l_k = 20.716\ cm$

Moment am Fuß der Stütze: $M_{Ed} := |N_{Ed}| \cdot (e_0 + e_i + e_2) + H_{Ed} \cdot l_k = 306.993\ kN \cdot m$

Querschnittsabmessungen: $h = 0.4\ m$ $b = 0.4\ m$ $d_1 = 0.04\ m$

Bemessung: $\gamma_c := 1.5$ $\gamma_s := 1.15$ $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783\ \frac{MN}{m^2}$ $f_{cd} := \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = 17\ \frac{MN}{m^2}$

$\frac{d_1}{h} = 0.1$ $\mu_{Ed} := \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = 0.282$ $\nu_{Ed} := \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = -0.221$

aus Diagramm abgelesen: $\omega := 0.5$ $A_{stot} := \frac{\omega \cdot b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 31.28\ cm^2$